Analise Combinatória e Progressão

Gabriel Portela Rocha - Matemática

Analise Combinatória

- Trabalha com as possibilidades e de quantas maneiras diferentes certos eventos podem acontecer. Trata-se de conjuntos de possibilidades constituídos por elementos finitos.

- Exemplo:
  Quantos números podem formar o conjunto numérico $\{1, 2, 3\}$ sendo cada conjunto contido de três algorismos?

  Conjunto de elementos finitos: $\{1, 2, 3\}$

  As possibilidades são:
  $\{123, 132, 231, 213, 321, 312\}$

Princípios da Análise Combinatória

- Princípio multiplicativo
- Princípio Aditivo

Multiplicativo	Aditivo
E	OU

- Por exemplo eu tenho 2 camisas e 3 calças.
- Para formar um traje eu preciso de camisa E calça.
- A menos que eu queira sair pelado, optando por uma camisa OU uma calça.
- Nesse caso eu pego as duas possibilidades e multiplico.
- Quando eu tenho o E eu multiplico.
- 2 x 3 = 6 seis possibilidades, seis combinações

Fatorial

- O fatorial de um número qualquer é:

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \ldots 1.$$

- Exemplo:
  Calcule o fatorial de 4.

$$n! = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

- Simplificações:
  Exemplo, simplificar $x = \frac{8!}{6!}$

$$\frac{8!}{6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = 8 \cdot 7 = 56$$

Permutação

$$P_n = n!$$

Simples

$$P_n^{(a,b)} = \frac{n!}{a!\,b!}$$

Repetição

$$(P_c)_n = (n-1)!$$

Circular

Permutação simples

- Permutação simples

  A quantidade possível de permutação dos elementos de um conjunto são todas as possibilidades, ou seja, $P_n = n!$.

EXERCICIO

Determine o número de anagramas:

a) Existentes na palavra FUNÇÃO.

b) Existentes na palavra FUNÇÃO que iniciam com F e terminam com O.

c) Existentes na palavra FUNÇÃO desde que as vogais A e O apareçam juntas nessa ordem (ÃO).

Com repetição

- Permutação com repetição

  Elementos que se repetem devem ser levados em consideração, ou seja:

$$P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_k!}$$

Quantos anagramas podem ser feitos com as letras da palavra PREFEITURA?

Ao preencher um cartão da loteria esportiva, André optou pelas seguintes marcações: 4 coluna um, 6 coluna do meio e 3 coluna dois. De quantas maneiras distintas André poderá marcar os cartões?

Sobre a combinação com repetição, julgue as afirmativas a seguir:

I → Na combinação com repetição, conjuntos com elementos iguais em ordem diferente geram agrupamentos diferentes.

II → Na combinação com repetição, um mesmo elemento do conjunto pode aparecer mais de uma vez.

III → A escolha de senhas é um exemplo de combinação com repetição.

Marque a alternativa correta:

A) Somente a afirmativa I é verdadeira.

B) Somente a afirmativa II é verdadeira.

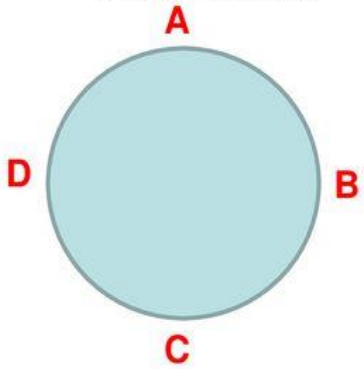
C) Somente a afirmativa III é verdadeira.

D) As afirmativas II e III são verdadeiras.

E) Todas as afirmativas são verdadeiras.

Circular

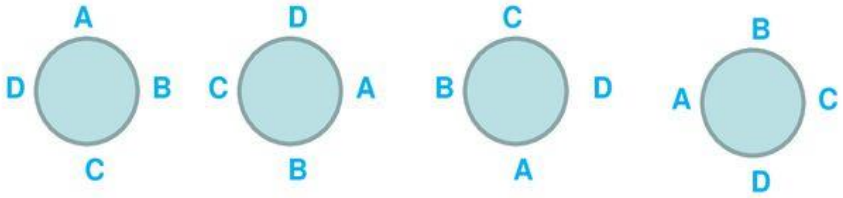
Permutação circular Os elementos são dispostos em torno de um círculo



$$P_{Cn} = \frac{n!}{n} = \frac{n.(n-1)!}{n} = (n-1)!$$

Se usarmos Permutação Simples, teríamos: $P_4 = 4! = 24$

Só que as rotações:



Não configuram uma permutação

$$P_{C4} = \frac{4!}{4} = \frac{4.3!}{4} = 3! = 6$$

Atividade 2: De quantas formas oito casais fixos podem se sentar em uma roda gigante com oito bancos de dois lugares cada um, sentando cada casal em um banco?

Combinação

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p! \cdot (n-p)!}.$$

- Exemplo:
  De quantas modos diferentes posso separar 10 bolinhas de cores distintas, separando-as de 2 em 2 em cada saquinho?

  Elementos (bolinhas): $n = 10$

  Quantidade de bolinhas por saquinho: $p = 2$

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p! \cdot (n-p)!} \frac{10!}{2! \cdot (10-2)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8!}{2! \cdot 8!} = \frac{90}{2}$$

$$C_{10,2} = 45$$

Um lote contém 50 peças boas e 10 defeituosas. Extraindo-se 8 peças (sem reposição), não levando em conta a ordem das mesmas, de quantas formas podemos obter 4 peças boas e 4 defeituosas?

Durante os experimentos sobre genética, Mendel precisou escolher 3 mudas diferentes de ervilha para serem cobaias do mesmo experimento. Sabendo que ele tinha disponível 10 mudas naquele dia, então o número de maneiras distintas que ele poderia escolher as cobaias é igual a:

A) 90

B) 120

C) 160

D 200

E) 240

Arranjo Simples

- Devemos levar em consideração a ordem de posição dos elementos. Para saber a quantidade de arranjos possíveis em p agrupamentos com n elementos usamos

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

- Exemplo:

  Quatro pessoas estão participando de uma competição que vai premiar os 3 primeiros colocados. Quais as possibilidades de premiação?

  Total de participantes: $n = 4$

  Premios: $p = 3$

$$An, p = \frac{n!}{(n-p)!} = \frac{4!}{(4-3)!} = 4!$$

$$A_{4,3} = 24$$

Exercício

Durante o estudo antropológico, um antropólogo percebeu que o povo de Wakanda utiliza como alfabeto os símbolos {@, !, #, $, % }. Considerando que cada palavra desse alfabeto tem 2 ou mais símbolos, todos distintos, a quantidade de palavras que podem ser escritas utilizando o alfabeto Wakanda é:

A) 120

B) 180

C) 200

D) 240

E) 320

(Consultec – adaptada) Após um assalto, várias testemunhas foram ouvidas, mas não houve consenso quanto à placa do automóvel usado pelo assaltante na sua fuga. Através das informações dessas testemunhas, concluiu-se que a placa do veículo era constituída de 3 vogais distintas e 4 algarismos também distintos, sendo que os 2 últimos algarismos eram os dígitos 0 e 1, nessa ordem.

Com base nesses dados, pode-se afirmar que o número de veículos a serem investigados é

A) 560

B) 1120

C) 3360

D) 6720

E) 8240

Doze times se inscreveram em um torneio de futebol amador. O jogo de abertura do torneio foi escolhido da seguinte forma: primeiro foram sorteados 4 times para compor o Grupo A. Em seguida, entre os times do Grupo A, foram sorteados 2 times para realizar o jogo de abertura do torneio, sendo que o primeiro deles jogaria em seu próprio campo, e o segundo seria o time visitante.

A quantidade total de escolhas possíveis para o Grupo A e a quantidade total de escolhas dos times do jogo de abertura podem ser calculadas através de

A) uma combinação e um arranjo, respectivamente.

B) um arranjo e uma combinação, respectivamente.

C) um arranjo e uma permutação, respectivamente.

D) duas combinações.

E) dois arranjos.

Para movimentar as redes sociais de sua empresa de docinhos, Ana Júlia decidiu fazer publicidade por meio de sorteios. Serão realizados, ao todo, 3 sorteios. Em cada um deles, o ganhador receberá um kit de festa com 50 docinhos diversos. Sabendo que todos os seus seguidores poderão participar de todos os sorteios, o número de maneiras distintas que ela pode obter como resultado dos três sorteios pode ser calculado por:

A) uma permutação simples.

B) uma combinação simples.

C) um arranjo simples.

D) um arranjo com repetições.

E) uma combinação com repetição.