EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES LINEARES, EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES QUADRÁTICAS, POLINÔMIOS.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA
Campus Blumenau

PRÉ UFSC
Cursinho Pré-vestibular

INTRODUÇÃO

CHAMAMOS DE **EXPRESSÃO ALGÉBRICA** TODO CONJUNTO DE OPERAÇÕES ENTRE LETRAS E NÚMEROS. SÃO EXEMPLOS DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS:

- $2x+y$
- $3a-5+a^2$
- $4x^2-6x+8y$
- $3xy$

OS VALORES NUMÉRICOS SÃO OS COEFICIENTES DA EXPRESSÃO, E AS LETRAS, SUAS INCÓGNITAS. ALÉM DISSO, CADA PARTE SEPARADA PELOS SINAIS DE MAIS (OU MENOS) É DEFINIDA COMO TERMO (OU MEMBRO) DA EXPRESSÃO.

POR EXEMPLO, NA EXPRESSÃO $3x^2+2x-4$ HÁ TRÊS TERMOS: $3X^2$, $2X$ E -4 E A INCÓGNITA É X. OS COEFICIENTES DE CADA TERMO SÃO 3, 2 E -4.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

PRÉ UFSC Cursinho Pré-vestibular

INTRODUÇÃO

Considerando as sentenças:

(i) $3 + 2 \cdot 6 = 30$
(ii) $3 + 2 \cdot 6 = 15$
(iii) $3 + 2x = 15$

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

PRÉ UFSC Cursinho Pré-vestibular

INTRODUÇÃO

Considerando as sentenças

(i) $3 + 2 \cdot 6 = 30$
(ii) $3 + 2 \cdot 6 = 15$
(iii) $3 + 2x = 15$

Podemos dizer que:
(a) A sentença (i) é fechada e falsa, pois $3 + 2 \cdot 6 = 15 \neq 30$.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

INTRODUÇÃO

Considerando as sentenças

(i) $3 + 2 \cdot 6 = 30$
(ii) $3 + 2 \cdot 6 = 15$
(iii) $3 + 2x = 15$

Podemos dizer que:
(a) A sentença (i) é fechada e falsa, pois $3 + 2 \cdot 6 = 15 \neq 30$.

(b) A sentença (ii) é fechada e verdadeira, pois $3 + 2 \cdot 6 = 15$.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

PRÉ UFSC Cursinho Pré-vestibular

INTRODUÇÃO

Considerando as sentenças:

(i) $3 + 2 \cdot 6 = 30$
(ii) $3 + 2 \cdot 6 = 15$
(iii) $3 + 2x = 15$

Podemos dizer que:
(a) A sentença (i) é fechada e falsa, pois $3 + 2 \cdot 6 = 15 \neq 30$.

(b) A sentença (ii) é fechada e verdadeira, pois $3 + 2 \cdot 6 = 15$.

(c) A sentença (iii) é aberta, mas não é nem verdadeira nem falsa, pois x, que é chamado de variável, pode assumir qualquer valor. No caso, é verdadeira quando atribuímos a x o valor de 6, e falsa quando atribuímos um valor diferente de 6 a x. Dizemos, então, que 6 é a raiz da equação $3 + 2x = 15$. Toda sentença aberta na forma de igualdade é chamada **Equação.**

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

PRÉ UFSC Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES

DEFINIÇÃO: UMA EQUAÇÃO É UMA SENTENÇA MATEMÁTICA EXPRESSA POR UMA IGUALDADE ENTRE DUAS EXPRESSÕES ALGÉBRICAS.

- RESOLVER UMA EQUAÇÃO SIGNIFICA ENCONTRAR OS VALORES DAS INCÓGNITAS QUE TORNAM A SENTENÇA VERDADEIRA, OU SEJA, ENCONTRAR TODAS AS SOLUÇÕES POSSÍVEIS.

Exemplos de equações:

$$x + 2y = 0$$
$$x^3 + y = 2z$$
$$7xy = z + t$$

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

PRÉ UFSC Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES LINEARES

EXISTEM DUAS CONDIÇÕES PARA QUE UMA EQUAÇÃO SEJA CONSIDERADA LINEAR:

1 - AS INCÓGNITAS SÓ PODEM TER EXPOENTE IGUAL A 1, OU SEJA, NÃO PODE TER EXPOENTES AO QUADRADO, OU AO CUBO.
2 - NÃO TER DUAS OU MAIS INCÓGNITAS SE MULTIPLICANDO OU DIVIDINDO.

Analisando:

$$x + 2y = 0$$
$$x^3 + y = 2z$$
$$7xy = z + t$$

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

PRÉ UFSC Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES LINEARES

PORTANTO, EXISTEM DUAS CONDIÇÕES PARA QUE UMA EQUAÇÃO SEJA CONSIDERADA LINEAR:

1 - AS INCÓGNITAS SÓ PODEM TER EXPOENTE IGUAL A 1, OU SEJA, NÃO PODE TER EXPOENTES AO QUADRADO, OU AO CUBO.
2 - NÃO TER DUAS OU MAIS INCÓGNITAS SE MULTIPLICANDO OU DIVIDINDO.

Analisando:

$$x + 2y = 0$$
$$x^3 + y = 2z$$
$$7xy = z + t$$

Não são equações lineares:
A SEGUNDA, pois tem x^3 e a TERCEIRA que tem 7xy.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES LINEARES

Equações Lineares com uma variável

DEFINIÇÃO: TAMBÉM CHAMADA DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU (COM UMA VARÁVEL), É UMA EQUAÇÃO QUE PODE SER ESCRITA NA SEGUINTE FORMA:

$$ax + b = 0$$

ONDE a E b SÃO NÚMEROS REAIS (R) COM $a \neq 0$.

Exemplos:

- $4x + 16 = 0$
- $2x + 9 = 3x - 1$
- $2(2x - 3) + 3(x + 1) = 5x + 2$
- $22x - 10 = 0$

OBS: QUANDO O TERMO INDEPENDENTE (O QUE NÃO TEM LETRA) É IGUAL A ZERO, ENTÃO ESSA EQUAÇÃO SERÁ HOMOGÊNEA.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES LINEARES

Exercícios de Fixação:

MOSTRE QUE O CONJUNTO-VERDADE DA EQUAÇÃO:

$$2x + 1 = 7$$

É S = {3}.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES LINEARES

Equações Lineares com duas variáveis

DEFINIÇÃO: TAMBÉM CHAMADA DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU (COM DUAS VARÁVEIS), É UMA EQUAÇÃO QUE PODE SER ESCRITA NA SEGUINTE FORMA:

$$ax + by = c$$

ONDE a E b SÃO NÚMEROS REAIS (R) COM $a \neq 0$ E $b \neq 0$, SIMULTANEAMENTE.

Exemplos:

- **2x - 6 = 5 - 3y**
- **2x + 3y = 55**
- **3y+4z−5=0**
- **22x – 10y = 0**

OBS: QUANDO O TERMO INDEPENDENTE (O QUE NÃO TEM LETRA) É IGUAL A ZERO, ENTÃO ESSA EQUAÇÃO SERÁ HOMOGÊNEA.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES LINEARES

Equações Lineares com duas variáveis

UMA EQUAÇÕES DO 1° GRAU COM DUAS VARIÁVEIS TEM INFINITAS SOLUÇÕES.

LOGO:

UM PAR ORDENADO (R, S) É SOLUÇÃO DE UMA EQUAÇÃO

$$ax + by = c$$

(A E B NÃO-NULOS SIMULTANEAMENTE), SE PARA ”X = R E Y = S” A SENTENÇA É VERDADEIRA.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES LINEARES

Exercícios de Fixação:

QUAIS O VALORES DE X E Y QUE TORNAM A SENTENÇA VERDADEIRA?

$$x - 2y = 4$$

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES LINEARES

(Enem 2019) Uma empresa tem diversos funcionários. Um deles é o gerente, que recebe R$ 1 000,00 por semana. Os outros funcionários são diaristas. Cada um deles trabalha 2 dias por semana, recebendo R$ 80,00 por dia trabalhado.

Chamando de X a quantidade total de funcionários da empresa, a quantia Y, em reais, que esta empresa gasta semanalmente para pagar seus funcionários é expressa por:

A) Y = 80X + 920.

B) Y = 80X + 1 000.

C) Y = 80X + 1 080.

D) Y = 160X + 840.

E) Y = 160X + 1 000.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

PRÉ UFSC Cursinho Pré-vestibular

INEQUAÇÕES

DEFINIÇÃO: INEQUAÇÕES SÃO TODAS AS SENTENÇAS MATEMÁTICAS EXPRESSAS POR UMA DESIGUALDADE. OS SINAIS DE DESIGUALDADE SÃO:

- **MENOR QUE (<)**
- **MAIOR QUE (>)**
- **MENOR OU IGUAL (≤)**
- **MAIOR OU IGUAL (≥)**

ENCONTRAR AS SOLUÇÕES DE UMA INEQUAÇÃO EM X SIGNIFICA ENCONTRAR TODOS OS VALORES DE X PARA OS QUAIS A INEQUAÇÃO É VERDADEIRA.

O CONJUNTO DE TODAS SOLUÇÕES DE UMA INEQUAÇÃO É O QUE CHAMAMOS DE CONJUNTO SOLUÇÃO.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

INEQUAÇÕES LINEARES

DEFINIÇÃO: UMA INEQUAÇÃO É DITA DO 1º GRAU QUANDO PODE SER ESCRITA EM UMA DAS SEGUINTES FORMAS:

$$ax + b > 0$$
$$ax + b < 0$$
$$ax + b \geq 0$$
$$ax + b \leq 0$$

EM QUE A ≠ 0 E B SÃO NÚMEROS REAIS (R).

Exemplos de inequações:

- $2x + 3 \geq 4$
- $-x + 5 \leq x - 3$
- $3 - x > 2x + 18$
- $15 - \frac{x}{2} < 0$

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

INEQUAÇÕES LINEARES

COM RELAÇÃO A RESOLUÇÃO DE UMA INEQUAÇÃO LINERAR, TUDO QUE FOI VISTO PARA AS EQUAÇÕES PODEM SER IMPLEMENTADO AQUI.

A ÚNICA DIFERENÇA ENTRE AS RESOLUÇÕES É DURANTE A **TROCA DE SINAL** DA INCÓGNITA, GERALMENTE FEITA QUANDO ESTA É NEGATIVA.

POIS, NUMA INEQUAÇÃO (SEJA DO 1° GRAU OU NÃO), AO MULTIPLICARMOS POR (−1), ALÉM DE TROCARMOS OS SINAIS DE CADA TERMO, DEVEMOS **INVERTER O SINAL DE DESIGUALDADE.**

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

PRÉ UFSC Cursinho Pré-vestibular

INEQUAÇÕES LINEARES

EXEMPLO: ENCONTRE O CONJUNTO DE SOLUÇÕES DA INEQUAÇÃO $2X+3 \leq 9$.

RESOLUÇÃO:
PRIMEIRO, DEVEMOS ISOLAR A INCÓGNITA. COMO 3 ESTÁ POSITIVO, PASSA PARA O OUTRO LADO NEGATIVO:

$$2X \leq 9-3$$

OU SEJA,

$$2X \leq 6$$

E COMO 2 ESTÁ MULTIPLICANDO X, PASSA PARA O OUTRO LADO DIVIDINDO O 6:

$$X \leq 6/2$$

E, PORTANTO

$$X \leq 3$$

ISTO É, A SOLUÇÃO DA INEQUAÇÃO SÃO TODOS OS NÚMEROS REAIS MENORES OU IGUAIS A 3.

E PODEMOS ESCREVER SEU CONJUNTO-SOLUÇÃO DE DUAS MANEIRAS:
USANDO NOTAÇÃO DE CONJUNTO PROPRIAMENTE DITA:

$$S=\{X \in R \mid X \leq 3\}$$

OU USANDO NOTAÇÃO DE INTERVALO

$$S=]-\infty,3]$$

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

INEQUAÇÕES LINEARES

Exercícios de Fixação:

EXEMPLOS: (PUC) O MENOR NÚMERO INTEIRO K QUE SATISFAZ A INEQUAÇÃO $8-3(2K-1) < 0$ É:

A) -2
B) -1
C) 0
D) 1
E) 2

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

PRÉ UFSC Cursinho Pré-vestibular

INEQUAÇÕES LINEARES

(ENEM 2011). Uma indústria fabrica um único tipo de produto e sempre vende tudo o que produz. O custo total para fabricar uma quantidade q de produtos é dado por uma função, simbolizada por CT, enquanto o faturamento que a empresa obtém com a venda da quantidade q também é uma função, simbolizada por FT. O lucro total (LT) obtido pela venda da quantidade q de produtos é dado pela expressão LT(q) = FT(q) – CT(q).

Considerando-se as funções FT(q) = 5q e CT(q) = 2q + 12 como faturamento e custo, qual a quantidade mínima de produtos que a indústria terá de fabricar para não ter prejuízo?

a) 0
b) 1
c) 3
d) 4
e) 5

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

PRÉ UFSC Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

DEFINIÇÃO: TAMBÉM CONHECIDA COMO EQUAÇÃO DO 2° GRAU, É AQUELA QUE PODE SER ESCRITA NA FORMA:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ONDE a, b E c SÃO NÚMEROS REAIS E $a \neq 0$.

Exemplos:

A) $2x^2 - 5x + 3 = 0$; onde $a = 2$; $b = -5$ e $c = 3$
B) $x^2 + 2x - 1 = 0$; onde $a = 1$; $b = 2$ e $c = -1$.
C) $3x^2 - 4x = 0$; onde $a = 3$; $b = -4$ e $c = 0$
D) $-2x^2 + 32 = 0$; onde $a = -2$; $b = 0$ e $c = 32$.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

PRÉ UFSC Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

Classificação das equações do 2° grau:

DA DEFINIÇÃO TEMOS OBRIGATORIAMENTE QUE A ≠ 0, NO ENTANTO PODEMOS TER B = 0 E/OU C = 0,

- NESSES CASOS TEMOS UMA EQUAÇÃO DO 2° GRAU INCOMPLETA.
- OS CASOS EM QUE B ≠ 0 E C ≠ 0, TEMOS UMA EQUAÇÃO DO 2° GRAU COMPLETA.

Exemplos:

Equação	Coeficientes	Classificação
$2x^2 - 4x + 5 = 0$	a = 2; b = -4 e c = 5	Completa
$3x^2 - 5x = 0$	a = 3; b = -5 e c = 0	Incompleta
$-x^2 + 16 = 0$	a = -1; b = 0 e c = 16	Incompleta

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

Resolução de equações do 2º grau do tipo $ax^2 + bx = 0$:

PARA RESOLVER EQUAÇÕES DESSE TIPO, BASTA COLOCAR O "X" EM EVIDÊNCIA.

- UMA DAS RAÍZES DESSA EQUAÇÃO SEMPRE SERÁ NULA (IGUAL A ZERO).

Exemplos:

a) Resolver a equação: $3x^2 - 6x = 0$.

$3x^2 - 6x = 0$ → colocar o x em evidência

$x \cdot (3x - 6) = 0$

$\mathbf{x = 0}$ ou $3x - 6 = 0$

$3x = 6$

$\mathbf{x = 2}$

b) Resolver a equação: $5x^2 + 20x = 0$.

$5x^2 + 20x = 0$ → colocar o x em evidência

$x \cdot (5x + 20) = 0$

$\mathbf{x = 0}$ ou $5x + 20 = 0$

$5x = -20$

$\mathbf{x = -4}$

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

Resolução de equações do 2º grau do tipo $ax^2 + c = 0$:

PARA RESOLVER EQUAÇÕES DESSE TIPO, BASTA ISOLAR O "X^2".

- SE A EQUAÇÃO TIVER RAÍZES REAIS, ELAS SERÃO OPOSTAS.

Exemplos:

a) Resolver a equação: $2x^2 - 32 = 0$.

$2x^2 - 32 = 0$ → isolar o x^2

$2x^2 = 32$

$x^2 = 16$

$x = \pm\sqrt{16}$

x = 4 ou x = - 4

b) Resolver a equação: $5x^2 + 125 = 0$.

$5x^2 + 125 = 0$ → isolar o x^2

$5x^2 = -125$

$x^2 = -25$

$x = \pm\sqrt{-25}$

Não há solução real.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

(Enem 2013) A temperatura T de um forno (em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento (t = 0) e varia de acordo com a expressão:

$$T(t) = -\frac{t^2}{4} + 400$$

com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39 °C.

Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?

A)19,0

B)19,8

C) 20,0

D) 38,0

E) 39,0

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

Resolução de equações do 2° grau do tipo $ax^2 + bx + c = 0$:

- AS MANEIRAS MAIS FÁCEIS DE SE RESOLVER EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU COMPLETAS SÃO:

- UTILIZANDO A FÓRMULA DE BHASKARA
- UTILIZANDO A TÉCNICA CHAMADA SOMA E PRODUTO.

- **RESOLVER UMA EQUAÇÃO DO 2° GRAU SIGNIFICA DETERMINAR SUAS RAÍZES.**

- RAIZ É O NÚMERO REAL QUE, AO SUBSTITUIR A INCÓGNITA DE UMA EQUAÇÃO, TRANSFORMA-A NUMA SENTENÇA VERDADEIRA.
- O CONJUNTO FORMADO PELAS RAÍZES DE UMA EQUAÇÃO DENOMINA-SE CONJUNTO VERDADE OU CONJUNTO SOLUÇÃO.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

Resolução de equações do 2° grau do tipo $ax^2 + bx + c = 0$:

BHASKARA

EM SUA FORMA ORIGINAL, A FÓRMULA DE BHASKARA É DADA PELA SEGUINTE EXPRESSÃO:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{ em que } \Delta = b^2 - 4ac$$

É COMUM, RESUMIR TUDO E APRESENTAR A FÓRMULA DA SEGUINTE MANEIRA:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

Resolução de equações do 2° grau do tipo $ax^2 + bx + c = 0$:

BHASKARA

DENOMINAMOS DISCRIMINANTE O RADICAL QUE É REPRESENTADO PELA LETRA GREGA (DELTA).

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

DE ACORDO COM O DISCRIMINANTE, TEMOS TRÊS CASOS A CONSIDERAR:

1. Caso $\Delta > 0 \rightarrow$ A equação terá duas raízes reais e distintas.
2. Caso $\Delta = 0 \rightarrow$ A equação terá duas raízes reais e iguais.
3. Caso $\Delta < 0 \rightarrow$ A equação não terá raízes reais.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

Caso 1:

EXERCÍCIO DE FIXAÇÃO: USANDO BASKARA CALCULE AS RAÍZES DA SEGUINTE EQUAÇÃO:

$$x^2 - 6x - 27 = 0$$

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

Caso 2:

EXERCÍCIO DE FIXAÇÃO: USANDO BASKARA CALCULE AS RAÍZES DA SEGUINTE EQUAÇÃO:

$$4x^2 - 4x + 1 = 0$$

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

Caso 3:

EXERCÍCIO DE FIXAÇÃO: USANDO BASKARA CALCULE AS RAÍZES DA SEGUINTE EQUAÇÃO:

$$3x^2 + 2x + 4 = 0$$

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

(Enem 2016) Para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número f de infectados é dado pela função $f(t) = -2t^2 + 120t$ (em que t é expresso em dia e t = 0 é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 60 primeiros dias da epidemia.

A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1 600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou acontecer.

A segunda dedetização começou no:

A) 19º dia.

B) 20º dia.

C) 29º dia.

D) 30º dia.

E) 60º dia.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

Relações de Girard:

AS RELAÇÕES DE GIRARD SÃO IGUALDADES QUE RELACIONAM AS RAÍZES DE UMA EQUAÇÃO ALGÉBRICA. NESTE CASO, VEREMOS APENAS O CASO DA **SOMA E PRODUTO**.

SENDO X1 E X2 AS RAÍZES DA EQUAÇÃO $ax^2 + bx + c = 0$

TEM-SE:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

PRÉ UFSC Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

Relações de Girard:

AS RELAÇÕES DE GIRARD NÃO SERVEM SOMENTE PARA DETERMINARMOS A SOMA E O PRODUTO DE RAÍZES. ELAS SÃO FERRAMENTAS UTILIZADAS PARA COMPOR EQUAÇÕES DO 2° GRAU. AS EQUAÇÕES SÃO REPRESENTADAS POR:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

ONDE S (SOMA) E P (PRODUTO).

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

Exercícios de Fixação:

1 - UTILIZAR SOMA E PRODUTO PARA ENCONTRAR AS RAÍZES DA EQUAÇÃO DO 2° GRAU:

$$x^2 - 8x + 15 = 0.$$

2 - DETERMINE A EQUAÇÃO DO 2° GRAU, COM A = 1, QUE POSSUI COMO RAÍZES OS NÚMEROS 2 E – 5.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

PRÉ UFSC Cursinho Pré-vestibular

INEQUAÇÕES QUADRÁTICAS

DEFINIÇÃO: UMA INEQUAÇÃO É DITA DO 2° GRAU QUANDO PODE SER ESCRITA EM UMA DAS SEGUINTES FORMAS:

$$ax^2 + bx + c > 0$$
$$ax^2 + bx + c \geq 0$$
$$ax^2 + bx + c < 0$$
$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

TODA DESIGUALDADE QUE ENVOLVE A SEGUNDA POTÊNCIA DE UMA INCÓGNITA.

- PARA ENCONTRAR O CONJUNTO DE SOLUÇÕES DA INEQUAÇÃO DO 2° GRAU, PODE-SE UTILIZAR AS MESMAS TÉCNICAS APRENDIDAS PARA AS EQUAÇÕES QUADRÁTICAS.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

POLINÔMIOS

DEFINIÇÃO: DENOMINAMOS POLINÔMIO, FUNÇÕES DO TIPO

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

EM QUE n ∈ N*, x ∈ R E a1 ∈ R, DIZEMOS QUE OS NUMÉROS a0, a1, a2, . . . , an SÃO COEFICIENTES E a0 É O TERMO INDEPENDENTE DO POLINÔMIO.

Exemplo:

$$p(x) = 4x^3 + 2x^2 - 5x + 6$$

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

POLINÔMIOS

GRAU DE UM POLINÔMIO: O GRAU DO POLINÔMIO QUE INDICAMOS POR GP, É DETERMINADO PELO MAIOR EXPOENTE DE X COM COEFICIENTE DIFERENTE DE ZERO.

- QUANDO O POLINÔMIO É NULO, O SEU GRAU NÃO É DEFINIDO.

Exemplo:

$$P(x) = 1 + 2x^5 + 3x^2 + x^3 \Rightarrow G_p = 5$$

Profª. Amanda Monteiro Lopes

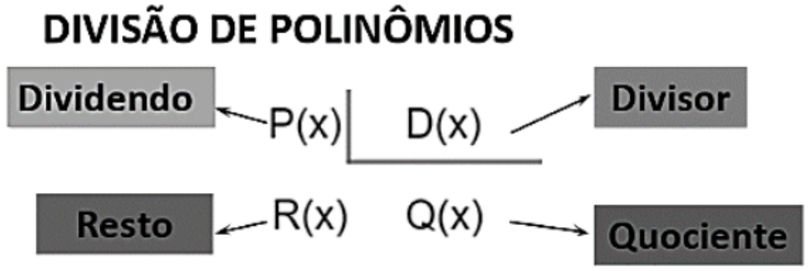
UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

POLINÔMIOS

Divisão de Polinômios:

DEFINIÇÃO: DADOS DOIS POLINÔMIOS, P(X) E B(X), B NÃO NULO, EXISTE UM ÚNICO PAR DE POLINÔMIOS Q(X) E R(X) EM QUE SE VERIFICAM AS CONDIÇÕES:



Aplicando a prova real, teremos:

P(x) = D(x) . Q(x) + R(x)

$$1^{a})\ A(x) \equiv B(x) \cdot Q(x) + R(x)$$
$$2^{a})\ G_r < G_b \text{ ou } R(x) \equiv 0$$

QUANDO R(X) ≡ 0, DIZEMOS QUE A DIVISÃO É EXATA, OU QUE A(X) É DIVISÍVEL POR B(X).

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

POLINÔMIOS

Método das chaves:

DIVIDIR O POLINÔMIO P(X) PELO POLINÔMIO B(X), NÃO-NULO, SIGNIFICA DETERMINAR O QUOCIENTE Q(X) E O RESTO R(X).

Exercício de Fixação:

$$2x^3 - 8x^2 + 7x - 5 \;\big|\; x^2 - 2x + 3$$

RESPOSTA:
QUOCIENTE = Q(X) = 2X − 4
RESTO = R(X) = −7X + 7

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EXERCÍCIOS EXTRAS

Questão 22

Seja p um polinômio de grau 4 dado por $p(x) = (x + 1)^4$. Com essa informação, assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

01. O polinômio p é igual a $p(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$.
02. O único número real no qual p se anula é $x = -1$.
04. Se k é um polinômio dado por $k(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 3$, então o menor valor possível para o polinômio k, quando x varia em todo o conjunto dos números reais, é 2.
08. O coeficiente do termo de expoente 5 do polinômio dado por $p(x) \cdot (x - 1)^4$ é igual a 1.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

UFSC PRÉ Cursinho Pré-vestibular

EXERCÍCIOS EXTRAS

Assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

01. Se $R(x)$ é o resto da divisão de $A(x)=x^4-2x^3+2x^2-x+4$ por $B(x)=x^3-2x^2+1$, então $R\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{2}$.

02. O único valor inteiro que pertence à solução da inequação $x^2-4x+3<0$ é 2.

01. A equação $x^3+2x^2+3x-4=0$ possui apenas uma raiz inteira.

32. Se x_1 e x_2 são raízes da equação $x^2+2x+10=0$, então $|x_1|+|x_2|=2\sqrt{10}$.

01. Se no último aniversário de João, a soma de sua idade com a de seu pai e a de seu avô era 90 anos, e no dia de seu nascimento esta soma era 75 anos, então João está com 5 anos.

Profª. Amanda Monteiro Lopes

UFSC Blumenau

PRÉ UFSC Cursinho Pré-vestibular

OBRIGADA PELA ATENÇÃO!

TENHAM TODOS UM ÓTIMO FIM DE SEMANA.

PRÉ UFSC
Cursinho Pré-vestibular

UFSC
Blumenau