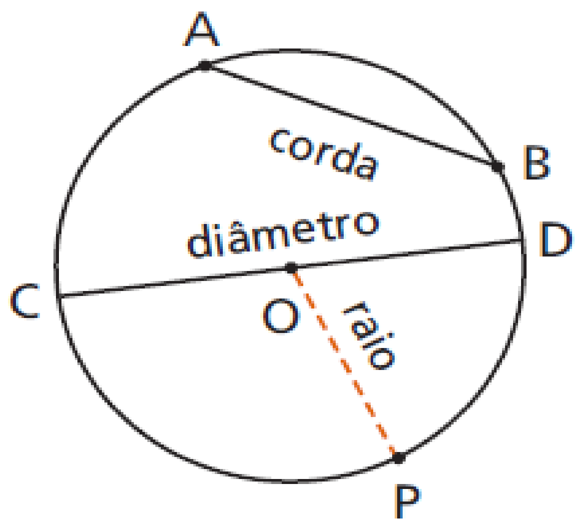
GEOMETRIA PLANA(CONTINUAÇÃO) E GEOMETRIA ESPACIAL

PRÉ-UFSC
GABRIEL PORTELA ROCHA

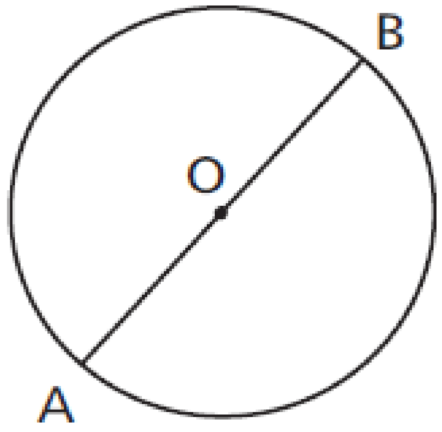
CIRCUNFERÊNCIA

- A **circunferência** é uma figura geométrica plana com forma circular, formada por um conjunto de pontos a uma certa distância de um centro qualquer.
- **Corda:** É um segmento de reta ligando dois pontos da extremidade. A corda quando passa pelo centro recebe o nome de diâmetro.
- **Diâmetro:** O diâmetro é igual a duas vezes a medida do raio.
- **Raio:** É um segmento de reta que conecta o centro a um ponto qualquer da sua extremidade



EXERCÍCIO

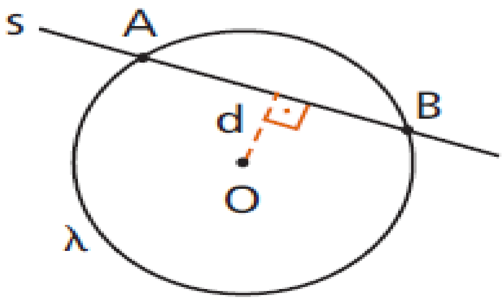
336. Determine o raio do círculo de centro O, dados: $AB = 3x - 3$ e $OA = x + 3$.



POSIÇÕES NA CIRCUNFERÊNCIA

Considerando uma reta s, uma circunferência $\lambda(O, r)$ e sendo d a distância do centro O à reta s ($d = d_{O,s}$), há três possibilidades para s e λ:

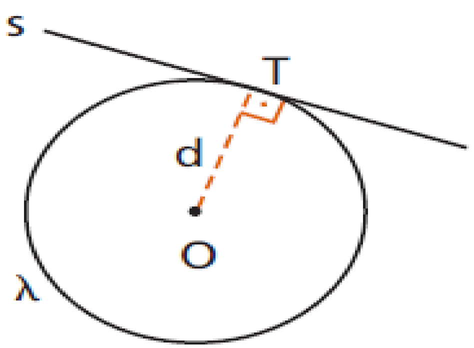
$\boxed{d < r}$



$s \cap \lambda = \{A, B\}$

s e λ secantes

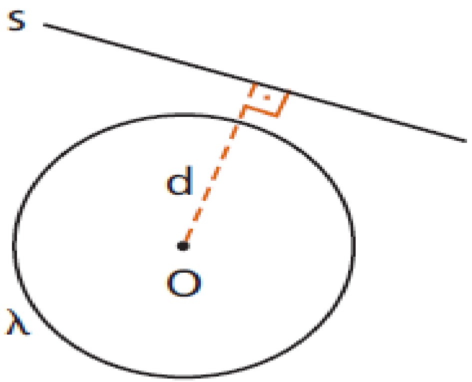
$\boxed{d = r}$



$s \cap \lambda = \{T\}$

s e λ tangentes

$\boxed{d > r}$

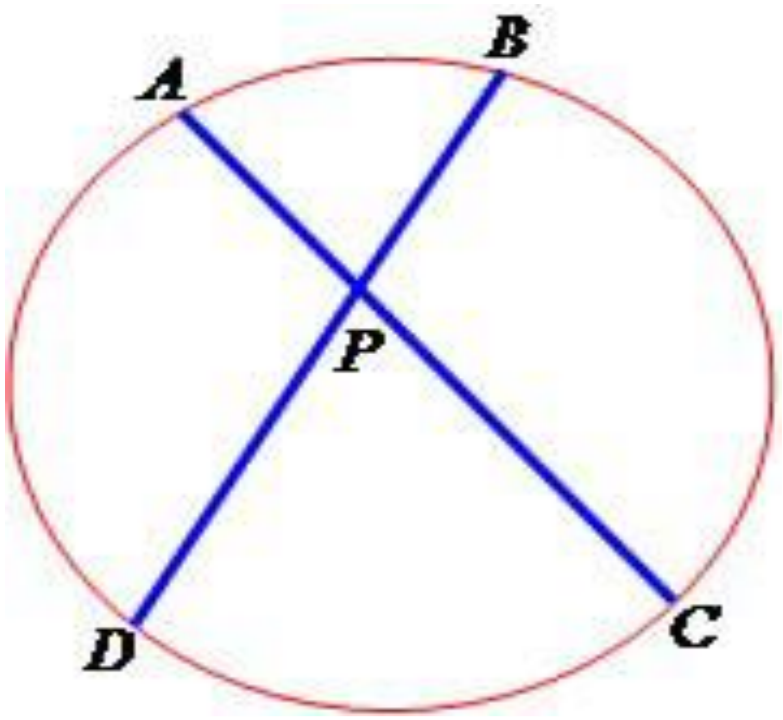


$s \cap \lambda = \varnothing$

s e λ externas

CIRCUNFERÊNCIA

- Quando duas cordas se cruzam, geram segmentos proporcionais. **Exemplo:**

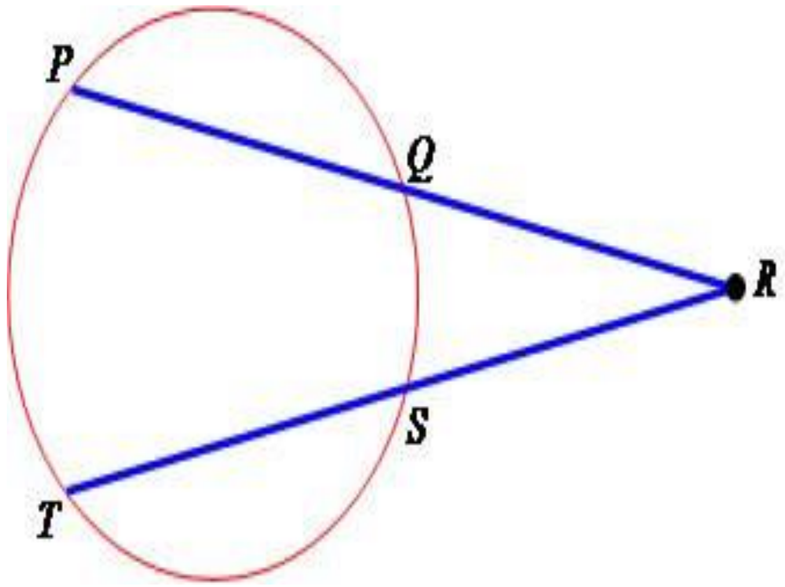


$$AP.PC = BP.PD$$

CIRCUNFERÊNCIA

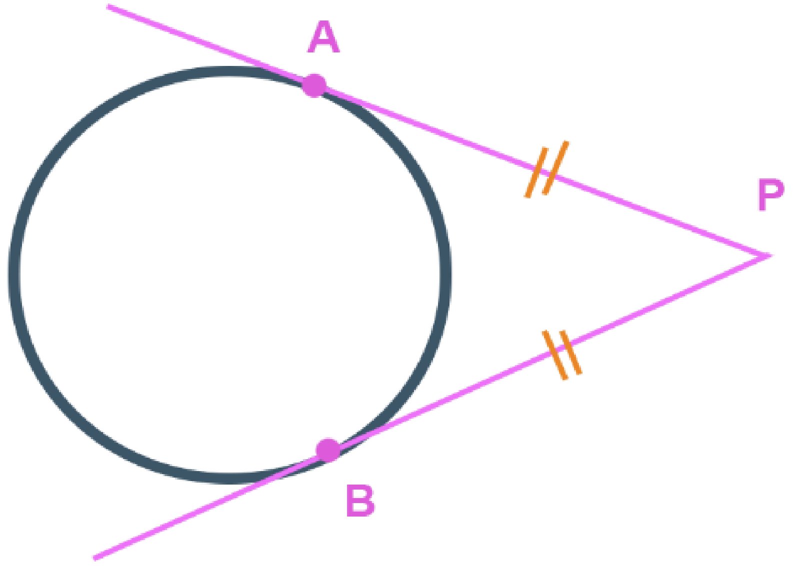
- Uma reta que intercepta a circunferência em dois pontos distintos é chamada de secante. **Exemplo:**

$$RP.PQ = RT.RS$$



CIRCUNFERÊNCIA

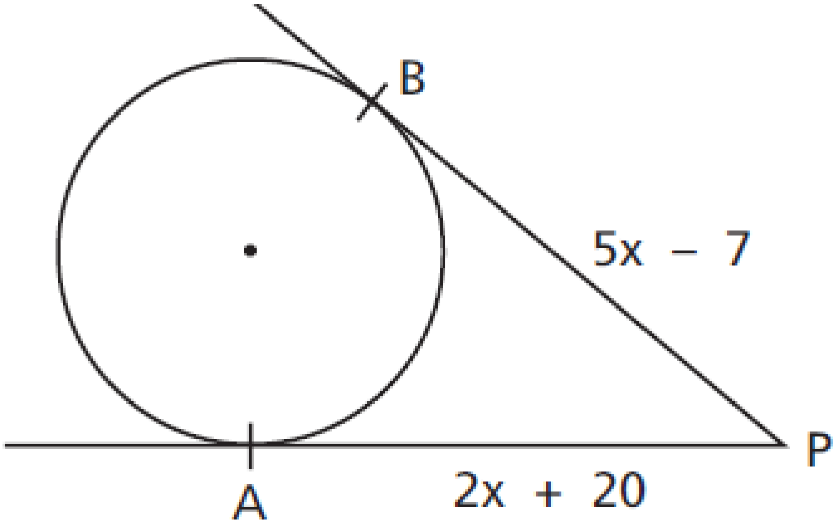
- Ao traçarmos duas retas concorrentes e tangentes a uma circunferência em pontos distintos, o ponto de intersecção com os pontos de tangência determina segmentos congruentes. **Exemplo:**



$$PA = PB$$

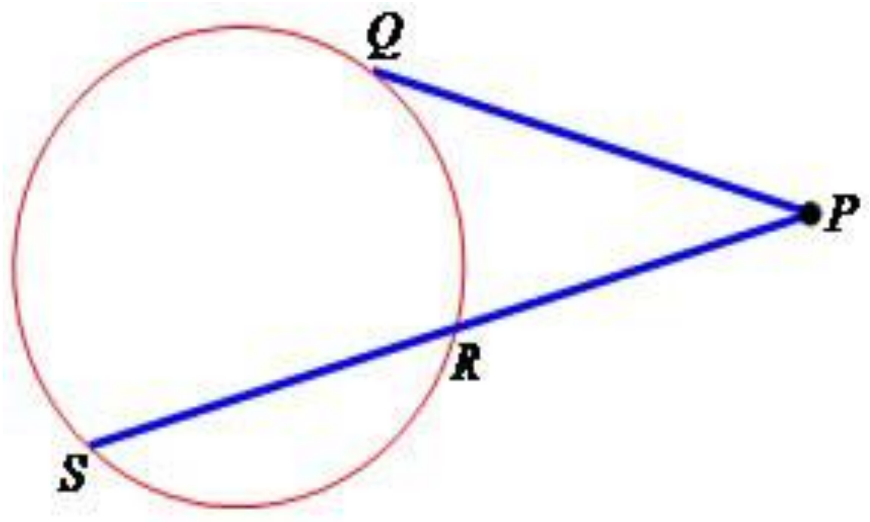
EXERCÍCIO

b) $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$ são tangentes à circunferência



CIRCUNFERÊNCIA

- Quando se tem um segmento secante e um segmento tangente partindo de um mesmo ponto,o quadrado da medida do segmento tangente é igual à multiplicação da medida do segmento secante pela medida de sua parte externa. **Exemplo:**



$$(PQ)^2 = PS.PR$$

PERÍMETRO E ÁREA DE FIGURAS PLANAS

AREA

- **Área:** A área é calculada fazendo o produto da medida do raio pela constante π. Para isso, temos a seguinte fórmula: **$A = \pi r^2$**
- Onde:
  - **A**: é a área;
  - **r**: é o raio;
  - **π**: é o número pi (3,14).

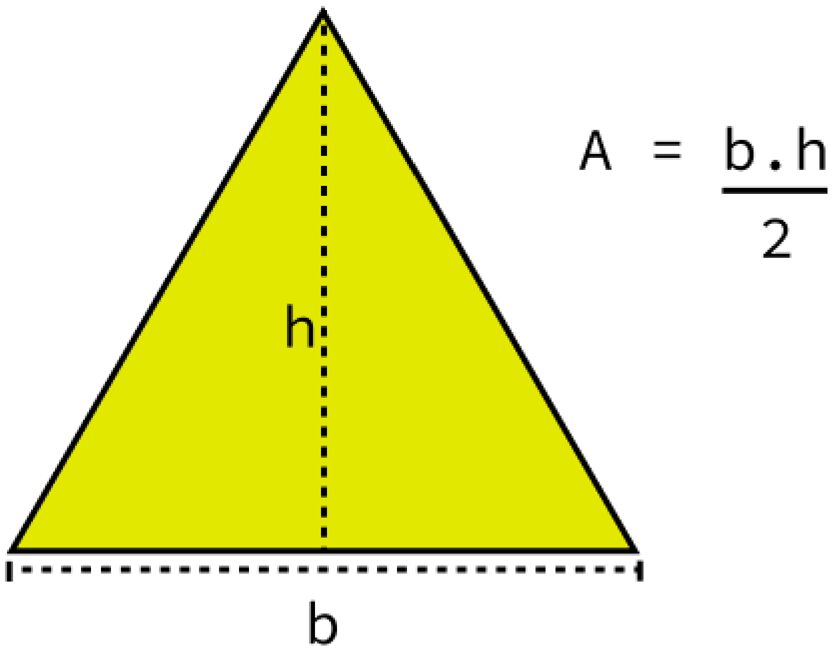
PERIMETRO

- **Perímetro:** O perímetro é a medida da borda da figura. Que é calculado pelo produto entre o raio e duas vezes a constante **π**. Então, para calcular o perímetro temos a seguinte fórmula: **$P = 2 . \pi . r$**
- Onde:
  - **P:** é o perímetro;
  - **r:** é o raio;
  - **π:** é o número pi (3,14).

AREA DO TRIÂNGULO

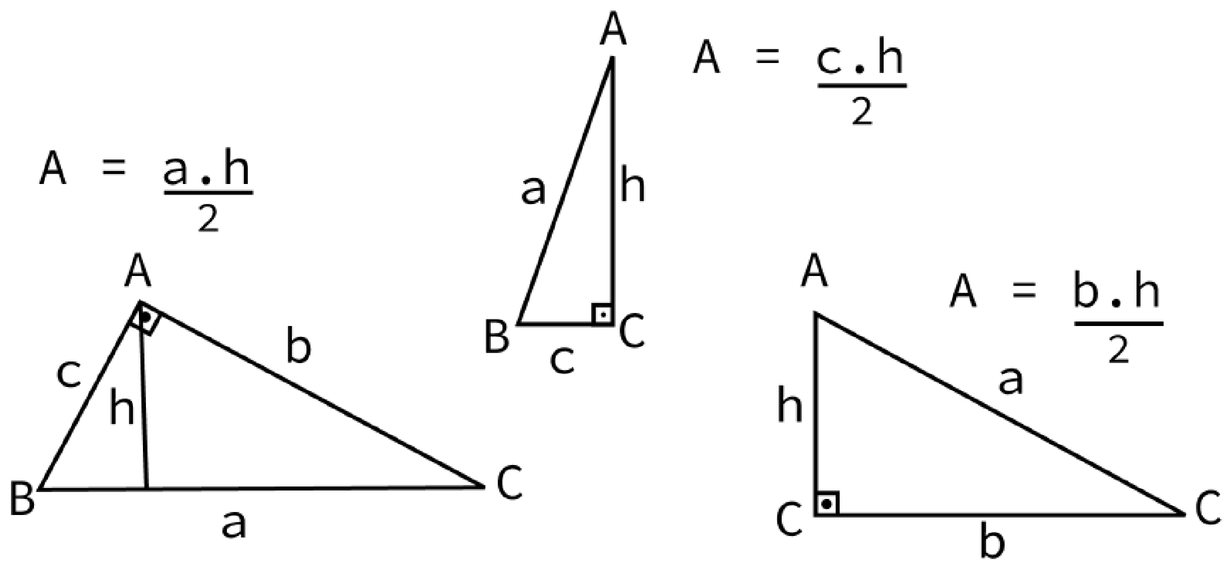
- Para a maioria dos triângulos, o cálculo da área segue a seguinte forma: pegamos a medida da base e multiplicamos pela sua altura, dividimos o resultado desse produto por 2.
- **Onde:**

- **A**: a área;
- **b**: é a base do triângulo;
- **h**: é a altura do triângulo.

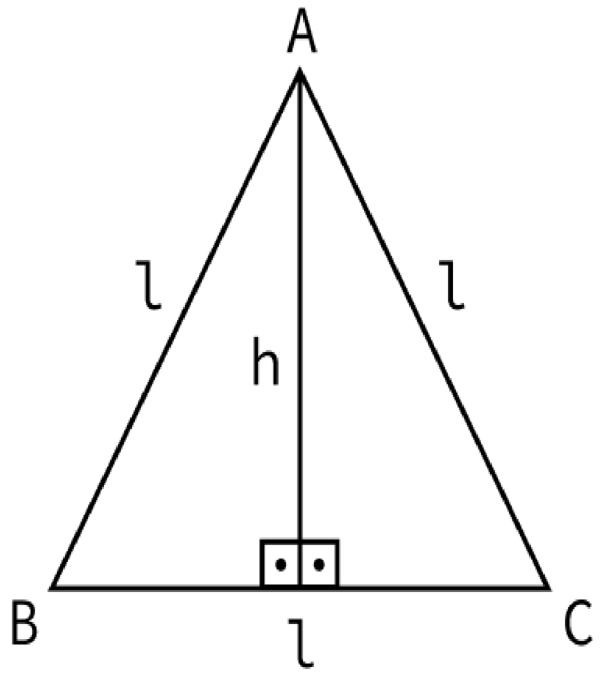


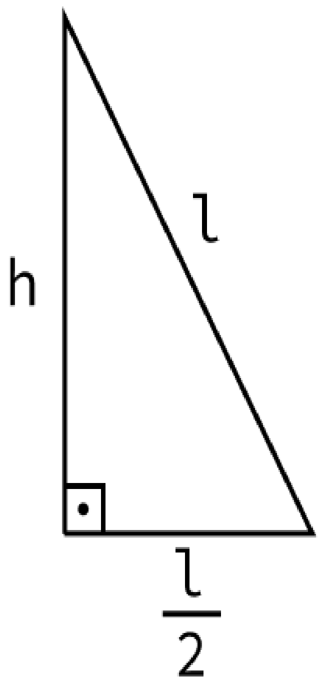
AREA DO TRIÂNGULO RETÂNGULO

- Dependendo da forma como está posicionado o triângulo retângulo, a sua altura pode ser igual a um dos seus lados. Veja na imagem abaixo:



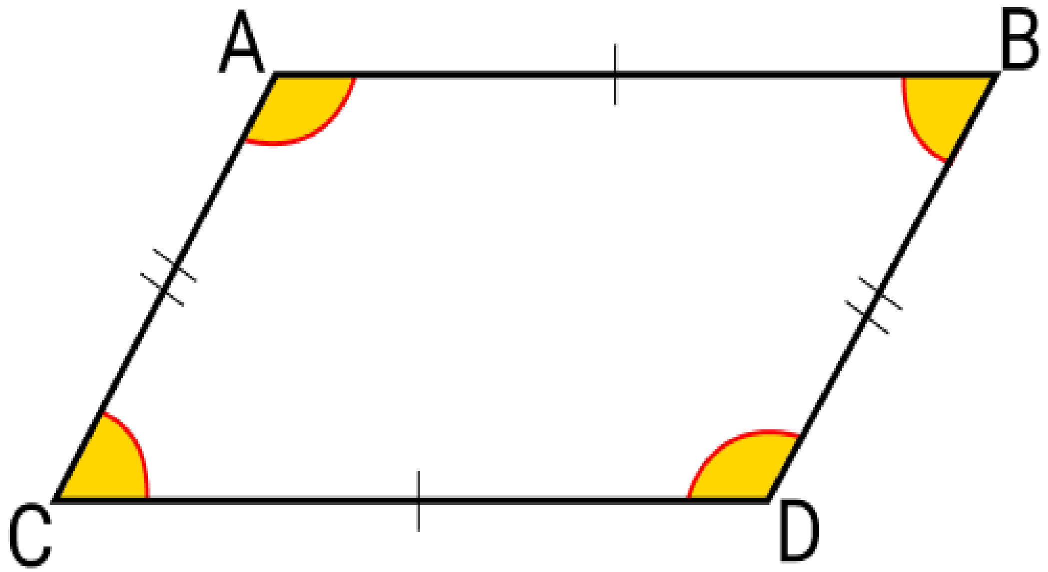
AREA DO TRIÂNGULO EQUILÁTERO





AREA DE FIGURAS PLANAS

- A **área do paralelogramo** é a medida equivalente à superfície do paralelogramo. Paralelogramos são polígonos quadriláteros em que os lados opostos são paralelos e congruentes (mesma medida).

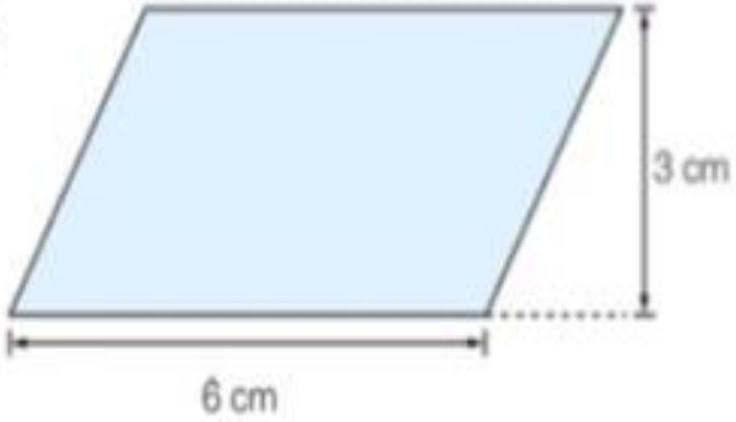


$$A = base \times \ altura$$

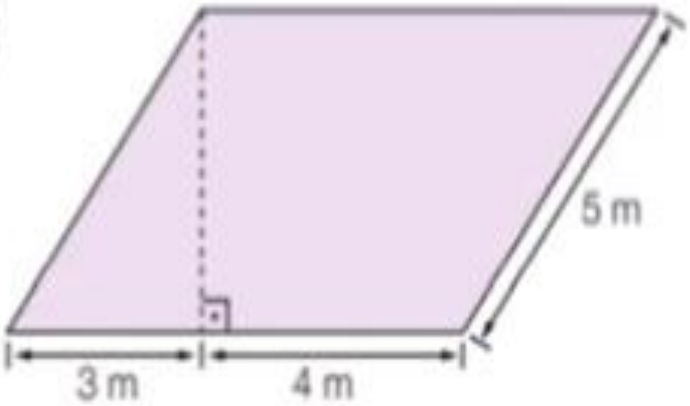
EXERCÍCIO

Calcule a área dos paralelogramos

a)

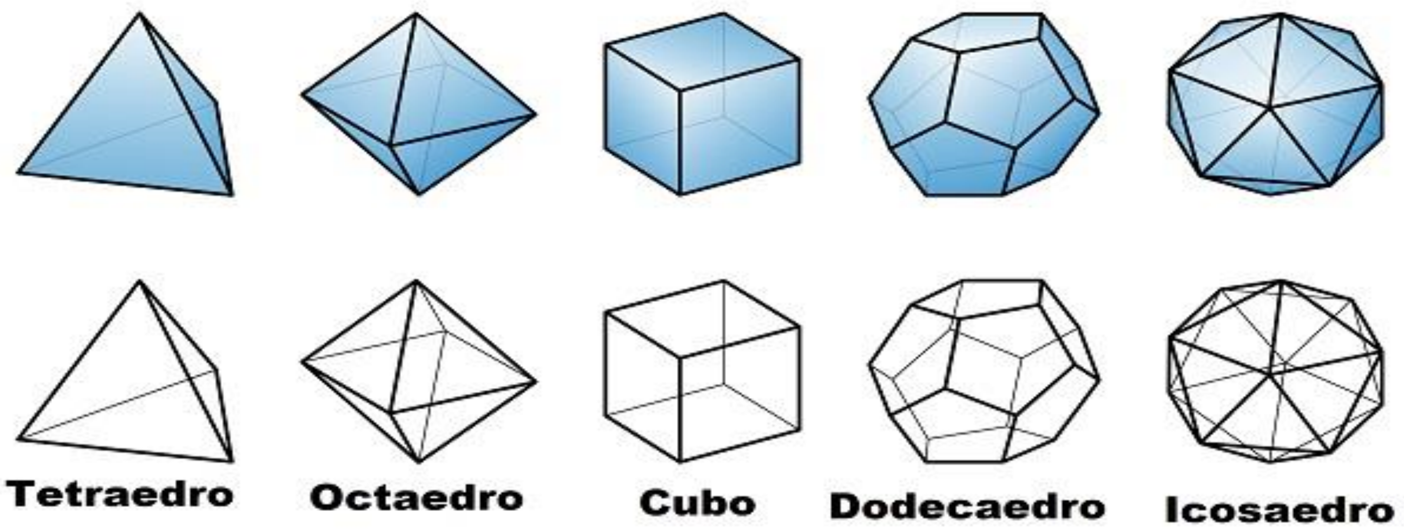


b)



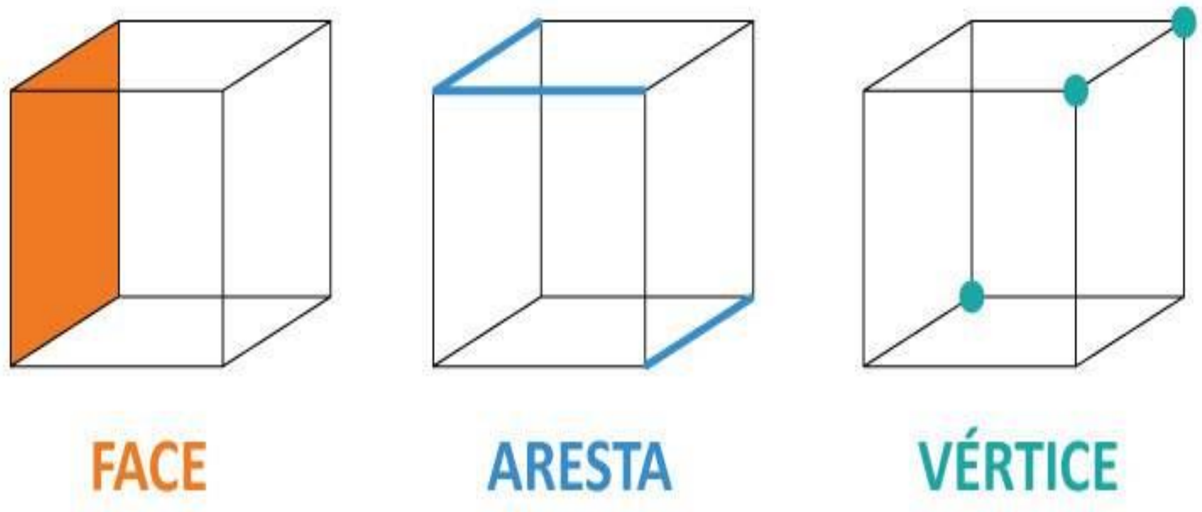
SÓLIDOS DE PLATÃO

- Polígonos regulares
- Todos os vértices apresentam o mesmo numero de arestas
- São eles:



ELEMENTOS DOS POLIEDROS

- **Face:** As várias faces de um poliedro são dadas pelas próprias faces dos polígonos que o compõem.
- **Vértice:** Os vértices do poliedro são os pontos de junção dos vértices dos polígonos que o compõem.
- **Aresta:** Semelhante ao vértice, as arestas de um poliedro é dada pela junção de duas arestas dos polígonos presentes em sua composição.



PROPRIEDADES DOS POLIEDROS

Para a construção de sólidos regulares:

$$2 \times A = N^o \times F = P \times V$$

com:

- A = número de arestas do poliedro.
- N$^{\text{o}}$ = número de arestas por face.
- F = número de faces.
- P = número de arestas por vértice.
- V = número de vértices.

Para sólidos, usando a fórmula de Euler:

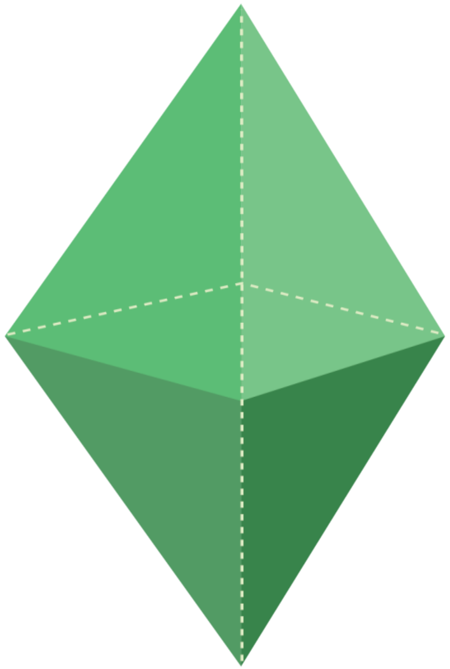
$$F + V = 2 + A$$

com:

- F = número de faces.
- V = número de vértices.
- A = número de arestas.

EXERCÍCIO

Um garimpeiro encontrou uma pedra preciosa que possui o formato igual ao do poliedro a seguir:



Analisando o poliedro a seguir, podemos afirmar que a soma do número de faces, vértices e arestas é igual a:

EXERCÍCIO

Um poliedro convexo possui 20 faces e 12 vértices, então o número de arestas desse poliedro é:

A) 20.

B) 24.

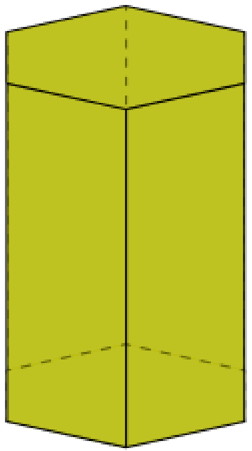
C) 28.

D) 30.

E) 32.

VOLUME DE POLIEDROS

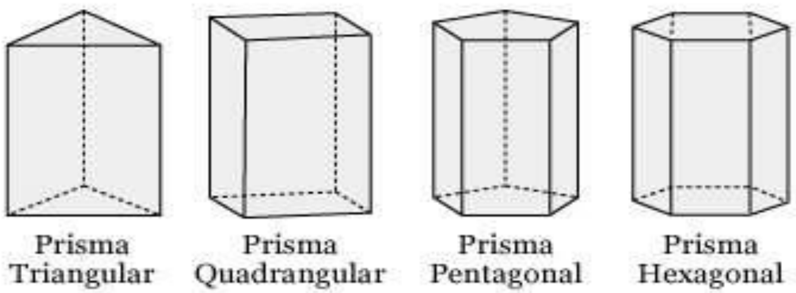
- **Volume de Prismas:** O volume de qualquer prisma pode ser calculado multiplicando a área de sua base por sua altura:



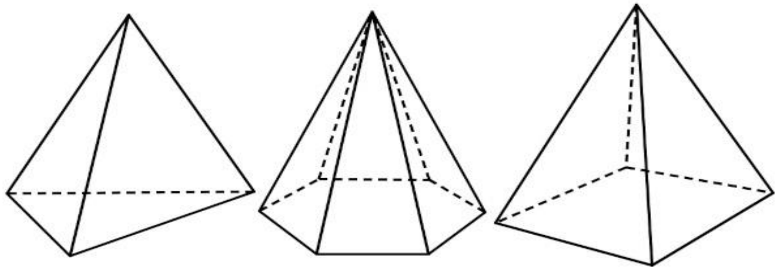
- quando a base e o topo de um prisma apresentam tamanhos diferentes, é cômodo separar o sólido em sólidos menores com volumes fáceis de serem calculados e depois somar estes.

$$V = \acute{A}rea\ da\ base \times\ altura$$

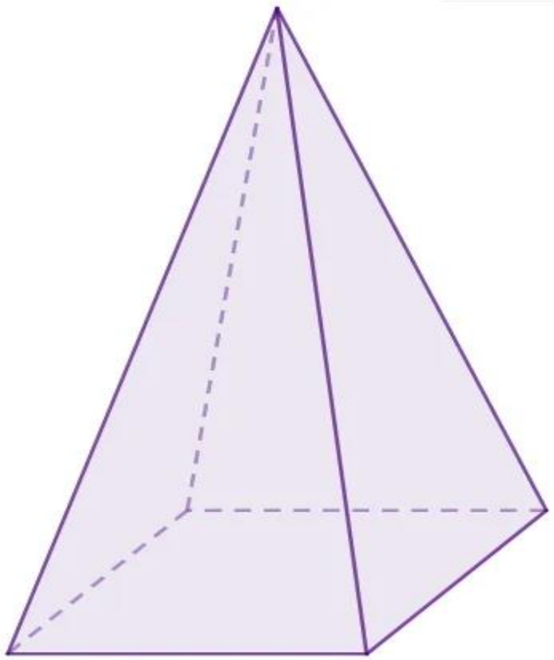
- **Prisma de base poligonal:** Prismas de base poligonal são concebidos ao darmos uma altura à um polígono.



- **Pirâmide de base poligonal:** semelhante ao prisma mas ao darmos a altura ao polígono as arestas que surgem deverão convergir no ponto mais alto.



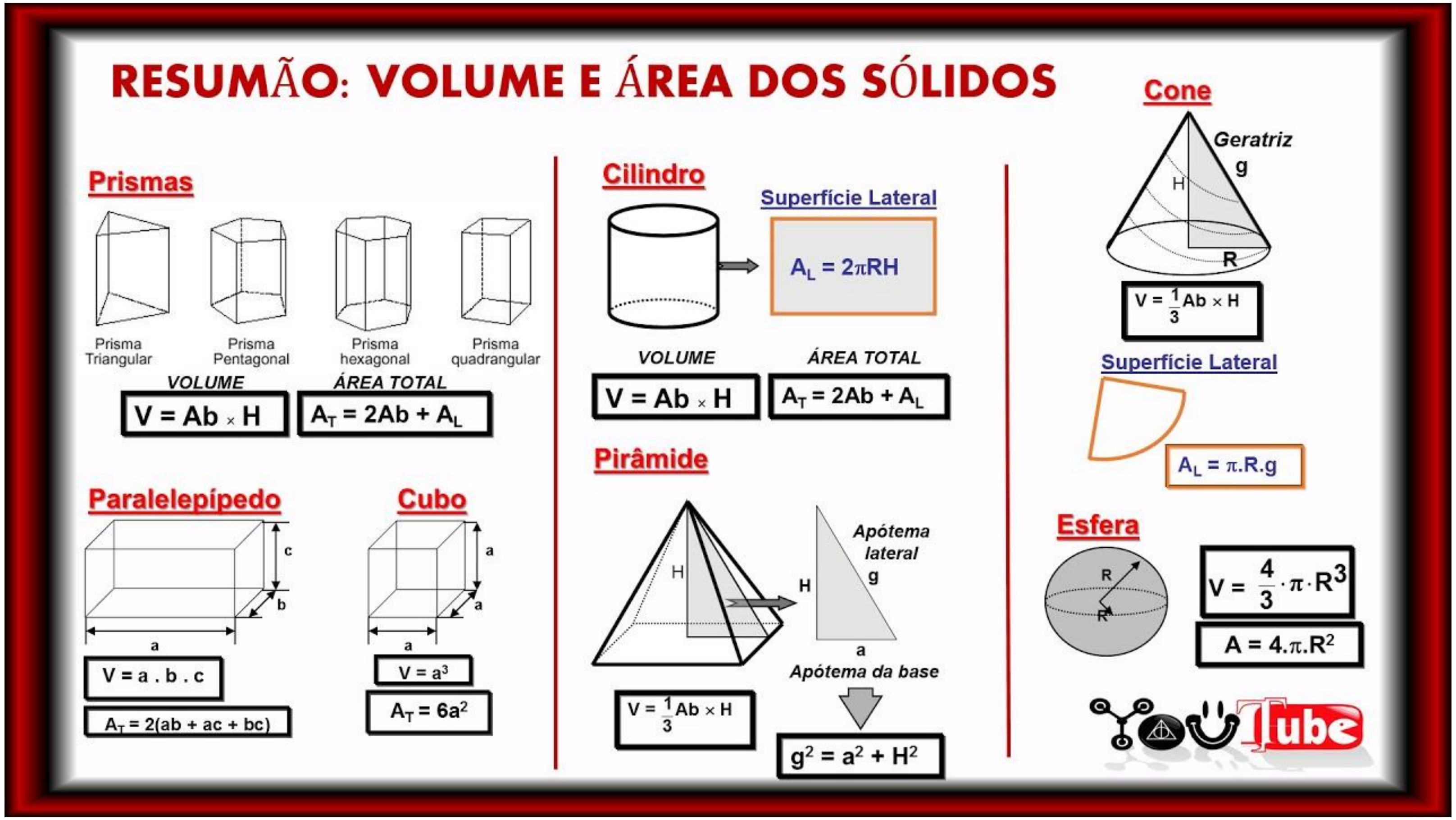
- **Volume de pirâmides:** Para pirâmides o cálculo é semelhante, mas após multiplicarmos a área da base de nossa pirâmide pela altura, devemos então multiplicar o valor obtido por um terço:

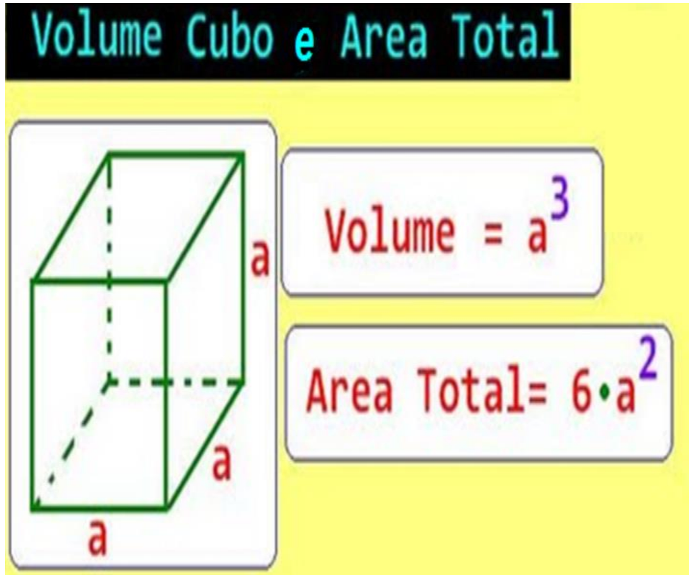


$$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{altura}$$

RESUMÃO GEOMETRIA ESPACIAL

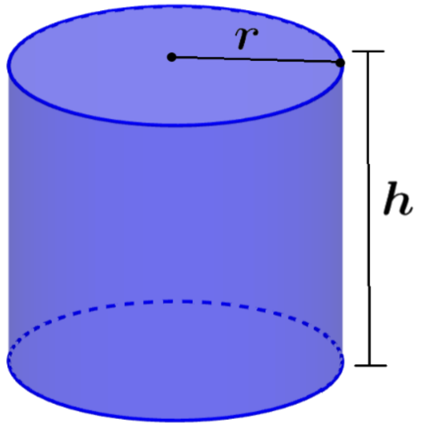




O QUE MAIS CAI NO ENEM: CILINDRO

- **Área de cilindros:** Para calcularmos a área de um cilindro devemos ter em mente que o mesmo é composto por duas bases circulares e um tronco cilíndrico, podemos então dizer que a área total do cilindro se da pela soma destas três partes:

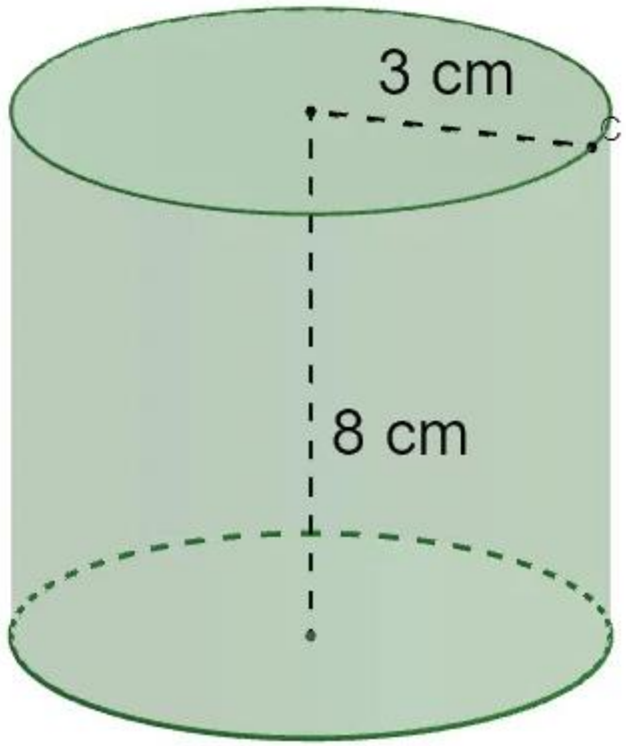
- **Volume de cilindros:** O volume de um cilindro é dado exatamente como se fosse um prisma com base uma circunferência:



$$A_s = 2\,\pi r(r+h)$$
$$V = \pi r^2 h$$

EXERCICO AREA TOTAL

Um porta-joias é feito no formato de cilindro, como na imagem a seguir:



Podemos afirmar que a área total desse porta joias é de:

A) 99π cm³

B) 66π cm³

C) 33π cm³

D) 18π cm³

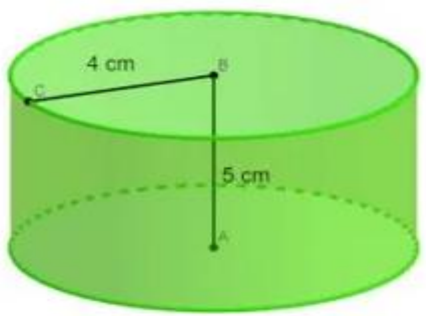
E) 11π cm³

Podemos afirmar que a área total desse porta joias é de:

EXERCICIO

Analisando o cilindro a seguir, podemos afirmar que o seu volume é igual a:

(Use π = 3.)



A) 150 cm^3

B) 180 cm^3

C) 210 cm^3

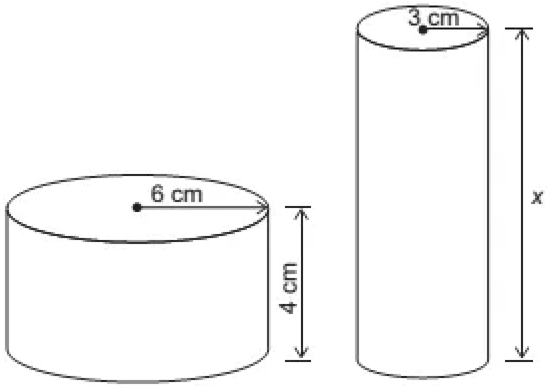
D) 240 cm^3

E) 250 cm^3

O QUE MAIS CAI NO ENEM:

(Enem 2015 – PPL) Uma fábrica brasileira de exportação de peixes vende para o exterior atum em

conserva, em dois tipos de latas cilíndricas: uma de altura igual a 4 cm e raio 6 cm e outra de altura desconhecida e raio de 3 cm, respectivamente, conforme figura. Sabe-se que a medida do volume da lata que possui raio maior, V_1, é 1,6 vezes a medida do volume da lata que possui raio menor, V_2.



Disponível em: www.cbra.org.br. Acesso em: 3 mar. 2012.

A medida da altura desconhecida vale

A medida da altura desconhecida vale

A) 8 cm

B) 10 cm

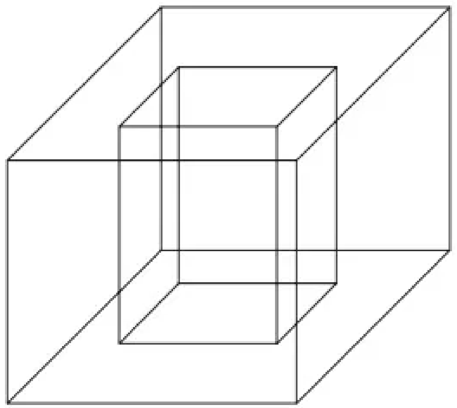
C) 16 cm

D) 20 cm

E) 40 cm

EXERCÍCIO CUBO

(Enem 2010) Um porta-lápis de madeira foi construído em formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado a seguir. O cubo de dentro é vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que é interno, mede 8 cm.



O volume de madeira utilizado na confecção desse objeto foi de:

A) 12 cm^3

B) 64 cm^3

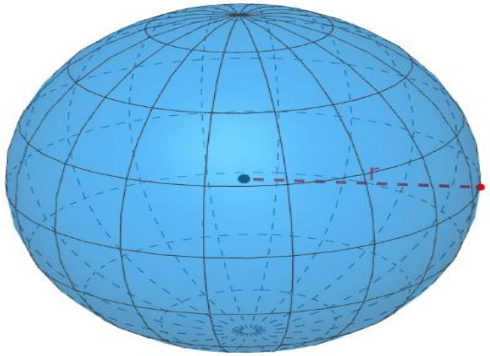
C) 96 cm^3

D) 1216 cm^3

E) 1728 cm^3

ESFERAS

- **Esfera:** a esfera compreende a rotação de uma circunferência em torno de seu diâmetro por 180o.



$$A_s = 4\pi r^2$$

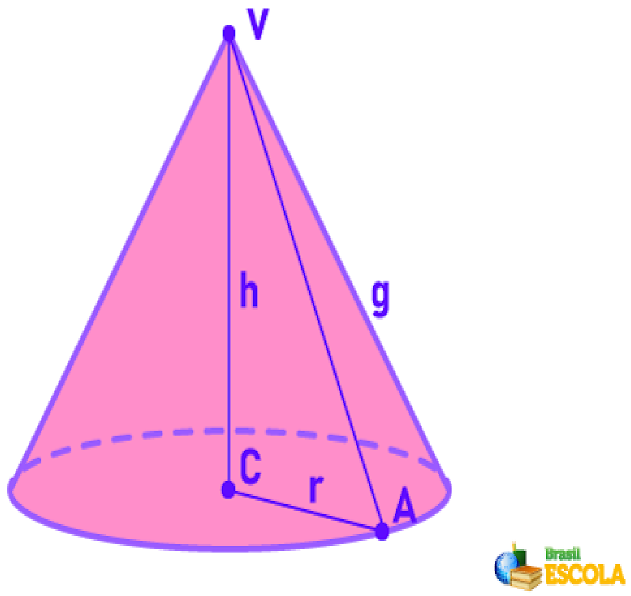
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

EXERCÍCIOS

- **1) Determine o volume de uma esfera cujo raio mede 5 cm.**

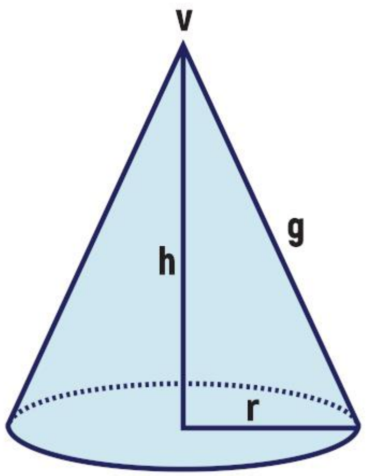
CONE

- **Cone:** semelhante a uma pirâmide mas tem como base uma circunferência, e pode ser gerada ao rotacionar um triângulo retângulo entorno do eixo de um dos seus catetos por 360°



CONE

- **Raio da base**: é o raio do círculo que forma a base;
- **Geratriz**: são os segmentos de retas em um ponto da circunferência até o vértice superior;
- **Vértice**: o cone possui um vértice que fica oposto a base circular.
- **Eixo de rotação**: é a reta que parte do centro da base até o vértice superior; é também o tamanho da reta que define a altura do cone.



AREA DO CONE

- **Área**:Para calcular a área devemos primeiro calcular a **área lateral** e a **área da base**.
- **Área Lateral:**A área lateral é formada pela geratriz sendo calculada pela seguinte fórmula: $\mathbf{A_l = \pi \cdot r \cdot G}$
- Onde:
- $\mathbf{A_l}$: é a área lateral;
- **π**: é o número pi que é igual a 3,14;
- **r**: é a medida do raio da circunferência da base;
- **g**: é a medida da geratriz.

Area da base

- A área da base é equivalente à área da circunferência e é dada pela seguinte fórmula:
- $\mathbf{A_b = \pi \,.\, r^2}$
- $\mathbf{A_b}$: é a área da base;
- $\boldsymbol{\pi}$: é o número pi;
- **r**: é o raio da circunferência.

Area total

- A área total é a soma da área da base e da área da lateral. Para calcular a área total, usamos a seguinte fórmula:
- $\mathbf{A_t = \pi \,.\, r \,.\, (g + r)}$
- Onde:
- $\mathbf{A_t}$: é a área total;
- $\boldsymbol{\pi}$: é o número pi;
- **r**: é a medida do raio da circunferência da base;
- **g**: é a medida da geratriz.

FIM